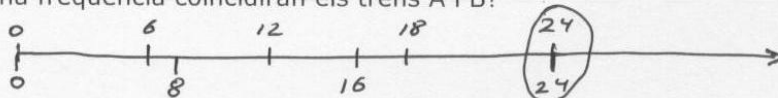


Numeració i càlcul

1. Estació de trens

Els trens A i B que van per vies diferents, coincideixen a l'estació a les 9h del matí. Si les freqüències de pas dels trens A i B són de 8 i 6 minuts, respectivament.

a) Amb quina freqüència coincidiran els trens A i B?



$$mcm(6, 8) = 24$$

Resposta: 24 min.

b) Des de les 9h del matí fins a les 9 hores de la nit, quantes vegades coincidiran els dos trens a l'estació?

$$12 h = 720 \text{ min}$$

$$720 \text{ min} \div 24 = 30 \text{ min}$$

Resposta: 30 min

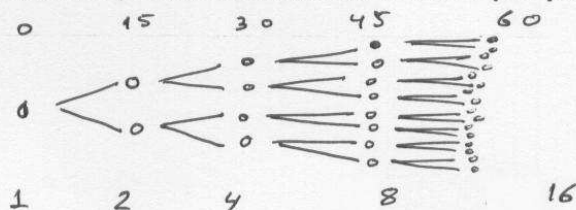
c) Si els trens A i B passessin cada 6 i 4 minuts coincidirien més sovint? Explica-ho.

Sí, $mcm(6, 4) = 12$ el doble.

2. Secrets

La Teresa, alumna d'un institut, s'ha assabentat d'un secret i després d'un quart d'hora el diu a dues persones més que no el sabien. Suposa que cada una d'aquestes persones, després d'un quart hora, el torna dir a dues persones més que tampoc el sabien i així continua l'expansió del secret.

a) Al minut 60, quantes persones coneixeran el secret **per primera vegada**?



Resposta: 16

b) Al minut 94, quantes persones, **en total**, coneixeran el secret?

0	15 min	30 min	45	60	75	90	105
1	2	4	8	16	32	64	128
$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64$							

Resposta: 127

c) Si a l' institut hi ha 400 alumnes, quant temps passarà fins que tot l' institut conegui el secret?

105	120	135
128	256	512

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 + 256 = 511$$

Resposta: 2 hores

3. Coneixement de llengües

A la Unió Europea, 1 de cada 12 dels seus habitants és francès. El 70% dels francesos parla dues o més llengües, mentre que la resta només en parla una.

Si triem a l'atzar 1.000 habitants de la Unió Europea:

- a) Quants francesos hi ha de cada 1.000 habitants de la UE?

$$1000 \times \frac{1}{12} = 83.33 \approx 83$$

Resposta: 83 aprox.

- b) Quants francesos dins de la mostra triada parlen dues o més llengües?

$$83.33 \times \frac{70}{100} = 58.33 \approx 58$$

Resposta: 58 aprox.

- c) Si França té 62 milions d'habitants, quants francesos només parlen una llengua?

$$30\% \text{ de } 62 \text{ milions} = \frac{30 \times 62}{100} = 18.6$$

Resposta: 18.6 milions

4. Presentació de resultats

El preu de venda d'un cotxe és de 21.357 €. La Rosa diu a un amic seu, de manera ràpida, que el cotxe val uns 21.000 €.

- a) Quin és l'error absolut entre els dos preus (el real i l'aproximat per la Rosa)?

$$|21357 - 21000| = 357$$

Resposta: 357

- b) Quin error relatiu hi ha entre els dos preus expressats?

$$\frac{357}{21357} \times 100 = 1.67\%$$

Resposta: 1.67%

- c) Si la Rosa hagués dit que el cotxe val uns 20.000 €, l'error relatiu seria superior al 5%?(Si/No)

$$|21357 - 20000| = 1357$$

$$\frac{1357}{21357} \times 100 = 6.35\%$$

Resposta: Sí

5. Superar les proves

En Joan vol accedir a un lloc de treball. Ha de fer una primera prova que consisteix a superar un examen que consta de 30 preguntes.

A l'examen s'obtenen dos punts per cada resposta correcta, però es perd mig punt per cada resposta incorrecta o per cada pregunta no contestada.

Per superar la prova cal obtenir 45 o més punts.

- a) Si en Joan ha fet 26 preguntes correctament, quina puntuació ha tret?

$$26 \times 2 - 4 \times 0.5 = 50$$

Resposta: 50

- b) Quantes preguntes cal contestar correctament, com a mínim, per superar l'examen i així poder passar a la segona prova?

$$45 = x \cdot 2 - (30 - x) \cdot 0.5$$

$$x = 24$$

Resposta: 24

Canvi i relacions**1. Festa**

La Marta és l'encarregada de comprar els confetis per a la festa major. Ha comprat tres tipus de confetis A, B i C.

Ha comprat 32 kg a 15 € el kg del tipus A

Ha comprat 8 kg a 24 € el kg del tipus B

Ha comprat 4 kg a 30 € el kg del tipus C

a) Quants euros han costat tots els confetis?

$$32 \times 15 + 8 \times 24 + 4 \times 30 = 792 \text{ €}$$

Resposta: 792 €

b) En Carles diu que el preu mitjà del kilogram de confeti que han comprat es calcula fent la mitjana dels preus de cada tipus:
 $(15+24+30)/3 = 23 \text{ €/kg}$.

Hi estàs d'acord? Explica-ho.

$$32 + 8 + 4 = 44 \text{ Kg}$$

$$\frac{792 \text{ €}}{44 \text{ Kg}} = 18 \text{ €/Kg}$$

No és veritat. No té en compte que han comprat
diferents quantitats de cada tipus.

2. Pàrquing

La Carme observa que el preu dels pàrquings és molt diferent en tres ciutats:

	Preu per minut	Preu per hora
Ciutat A	0,05 €	3 €
Ciutat B	20% més barat que a la ciutat A	2,4 €
Ciutat C	0,03 €	1,8 €

a) Omple els buits que falten a la taula.

$$0,05 \times 60 = 3 \text{ €}, \quad 3 \text{ €} - 3 \cdot \frac{20}{100} = 2,4 \text{ €} \quad 1,8 \text{ €} / 60 = 0,03 \text{ €}$$

b) Si X és el preu per hora a la ciutat A i Y és el preu per hora a la ciutat B, expressa la fórmula que relaciona X i Y.

$$B = A - A \cdot \frac{20}{100} = A \left(1 - \frac{20}{100} \right) = \frac{4}{5} A = 0,8A$$

Resposta: $Y = 0,8A$

3. Aigua i aire

Un excel·lent nedador fa els 50 m de llargada d'una piscina en 25 segons i un excel·lent corredor d'atletisme fa els 100 m a l'aire lliure en 10 segons.

a) A quina velocitat mitjana en km per hora ha anat el nedador?

$$\frac{50 \text{ m}}{25 \text{ s}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 7,2 \text{ km/h}$$

Resposta: 7,2 km/h

b) A quina velocitat mitjana en km per hora ha anat el corredor d'atletisme?

$$\frac{100 \text{ m}}{10 \text{ seg}} \cdot \frac{1 \text{ km}}{1000 \text{ m}} \cdot \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} = 36 \text{ km/h}$$

Resposta: 36 km/h

c) Si un guepard pot arribar a assolir una velocitat de 120 km per hora, quants segons trigaria a fer la cursa de 100 m?

$$\frac{120 \text{ km}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg}} = 33,33 \text{ m/s}$$

Resposta: 3 seg aprox

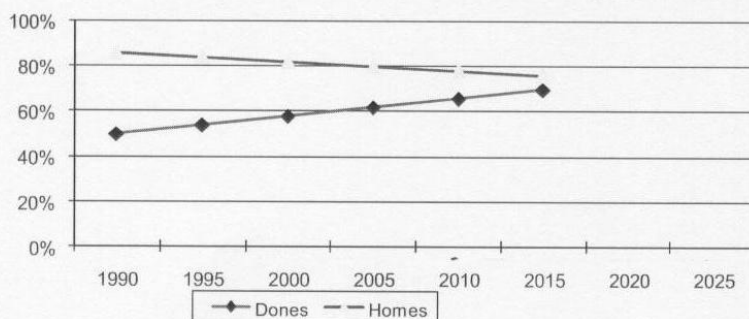
4. Dues opcions d'evolució

En una determinada població, el percentatge de dones fumadores creix, mentre que el dels homes fumadors decreix. Així ho indica la taula següent:

Any	Dones	Homes
1990	50%	86%
1995	54%	84%
2000	58%	82%
2005	62%	80%
2010	66%	78%
2015	70%	76%
2020	74	72
2025	78	68

a) Completa la taula:

b) Si continués el mateix ritme evolutiu dins de la taula, en quin any el 100% de les dones serien fumadores? Explica-ho.



2025: 78 2030: 82 2035: 86 2040: 90
 2045: 94 2050: 98 **2055: 100%**

entre el 2050 i el 2055

c) Consideres que el ritme de creixement del nombre de les dones fumadores i el de decreixement del nombre dels homes fumadors són iguals? Explica-ho.

No: el ritme de creixement és del 5% cada

5 anys i el ritme de decreixement és del 2% cada 5 anys.

5. Urnes

Per a l'elecció de delegat de curs s'han presentat 3 candidats: en Jordi, la Marta i la Núria. Han votat tots els 24 alumnes del curs i s'han obtingut aquests resultats:

Núria: La quarta part dels vots.	6
Marta: La tercera part dels vots	8
Jordi: 12,5% dels vots.	3
Vots nuls: La resta dels vots.	

a) Quants vots nuls han sortit?

$$24 - (6 + 8 + 3) = 7$$

Resposta: 7

b) Qui ha guanyat, per nombre de vots, l'elecció a delegat?

Resposta: Marta

c) Si se sumen els vots de la Núria i els vots d'en Jordi, quin percentatge representen respecte al total de la classe?

$$N + J = 6 + 3 = 9 \quad \frac{9}{24} \times 100 = 37.5\%$$

Resposta: 37.5 %

6. Elecció de companyia de mòbil

La companyia A de mòbils cobra 4 cèntims per cada minut de trucada, mentre que la companyia B cobra 36 € al mes sense limitació de temps.

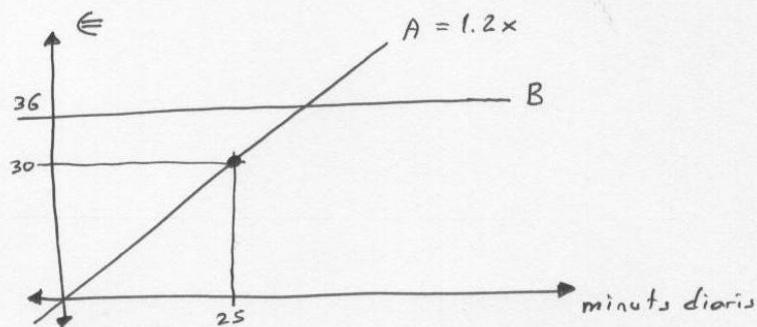
- a) Si utilitzes el mòbil 25 minuts cada dia, quant pagaràs al mes a la companyia A (considera un mes de 30 dies)?

$$25 \times 30 \times 0.04 = 30 \text{ €}$$

Resposta: 30 €

- b) Fes un gràfic de coordenades que representi les dues ofertes de mòbils.

$$A = x \cdot 30 \cdot 0.04 = x \cdot 1,2 = 1.2x$$



- c) Quants minuts diaris has de parlar perquè sigui indiferent contractar una companyia o l'altra?

$$36 = 1.2x \rightarrow x = 30$$

Resposta: 30 minuts

7. Repartiment de beneficis

Un negoci reparteix els beneficis entre tres socis. El primer rep la meitat dels beneficis, el segon rep $\frac{1}{3}$ dels beneficis.

- a) Expressa, en forma de fracció, quina part dels beneficis rep el tercer soci.

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

Resposta: $\frac{1}{6}$

- b) Si el segon soci ha rebut 900 € de beneficis, quants euros ha rebut el primer soci?

$$\text{Total: } 3 \times 900 = 2700 \text{ €}$$

$$S_1: \frac{2700}{2} = 1350 \text{ €}$$

Resposta: 1350 €

Espai, forma i mesura**1. Jardí en forma de sector circular**

Un jardí públic té forma de sector circular amb un radi de 6 m i 60° d'obertura (una sisena part d'un cercle).

Vols posar-hi adob. Cada sac d'adob pesa 16 kg i val 8 €.
Es recomana escampar un sac d'adob per cada 2 m^2 de jardí.



a) Calcula l'àrea del jardí (considera el nombre $\pi = 3,14$).

$$A = \frac{\pi r^2}{6} = \frac{3,14 \times 6^2}{6} = 18,84 \text{ m}^2$$

Resposta: 18,84 m²

b) Quants sacs necessitaràs per adobar el jardí?

$$\frac{18,84}{2} = 9,42 \text{ sacs} \rightarrow 10 \text{ sacs}$$

Resposta: 10

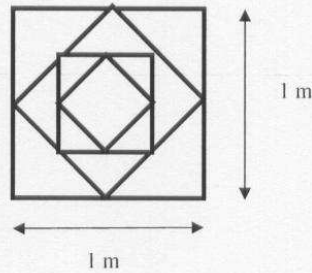
c) Quants euros et costarà adobar el jardí?

$$10 \times 8 \text{ €} = 80 \text{ €}$$

Resposta: 80 €

2. Construeix quadrats

En Joan construeix un quadrat gran que fa 1 m de costat i unint el punt mig de cada costat construeix un altre quadrat més petit. Així successivament va creant la figura següent:



a) Quina relació hi ha entre el costat de cada quadrat i el costat del següent?

$$c_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707 \text{ m}$$

Resposta: $\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ m} \approx 0.707 \text{ m}$

b) Quina relació hi ha entre l'àrea de cada quadrat i l'àrea del següent?

$$A_1 = 1^2 = 1 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{1/2}{1} = 1/2$$

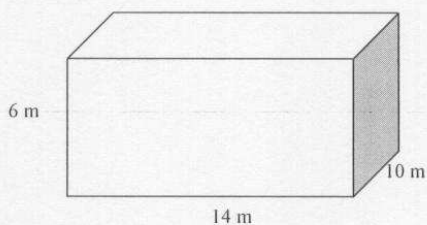
$$A_2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2} \text{ m}^2$$

Resposta: $\frac{1}{2}$

(També es pot veure visualment)

3. Escalfar i pintar un magatzem

Un magatzem té forma de prisma rectangular, com mostra la figura següent:



Un instal·lador d'aire condicionat ha rebut l'encàrrec de posar-hi aparells per condicionar-lo.

- a) Si l'instal·lador cobra 40 € per cada m^3 de volum, quant costarà condicionar el magatzem? (Els preus inclouen l'IVA)

$$6 \times 14 \times 10 = 840 m^3$$
$$840 m^3 \times 40 € = 33600 €$$

Resposta: 33600 €

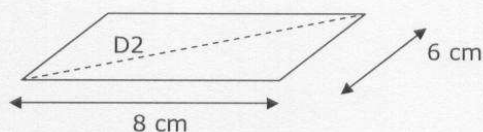
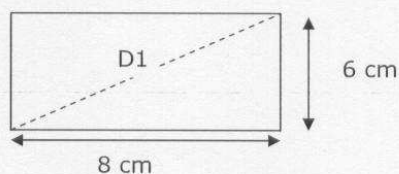
- b) Si el preu de pintar les parets és de 30 € per m^2 , quant costarà pintar les quatre parets? (Els preus inclouen l'IVA)

$$14 \times 6 \times 2 + 10 \times 6 \times 2 = 288 m^2$$
$$288 m^2 \times 30 € = 8640 €$$

Resposta: 8640 €

4. La diagonal d'un rectangle

Un rectangle de 8 cm de base i 6 cm d'alçada es deforma mantenint les mides dels seus costats iguals.



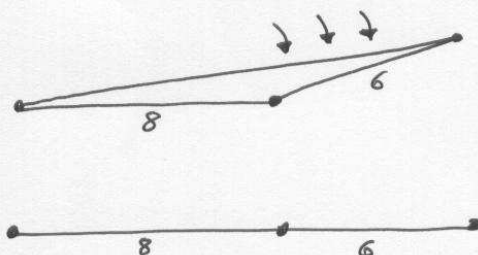
- a) És cert que la diagonal D1 mesura 14 cm, que és la suma de les mides dels costats? Perquè?

No. És la diagonal d'un triangle rectangle

$$D1 = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10 \neq 14$$

Resposta: _____

- b) Quan la diagonal D2 de la figura deformada s'aproximi molt a 14 cm, quina forma tindrà la figura deformada? Dibuixa-la.



5. La sitja

Una sitja utilitzada com a reserva d'aigua té la forma d'un cilindre recte, amb el radi de la base que mesura 10 metres i amb una capacitat total de 1.600 m^3 .

- a) Quina és la superfície de la base del dipòsit (considera $\pi = 3,14$)?

$$A_b = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot 10^2 = 314 \text{ m}^2$$



Resposta: 314 m²

- b) Si quan el dipòsit està totalment ple, es comença a buidar a un ritme de 8 m^3 per minut, quin percentatge del dipòsit s'ha buidat després de 40 minuts?

$$8 \times 40 = 320 \text{ m}^3$$

$$320 \text{ m}^3 \text{ sobre } 1600 = \frac{320}{1600} \times 100 = 20\%$$

Resposta: 20%

- c) Quina és l'alçada del dipòsit (considera $\pi = 3,14$)?

$$V = h \cdot A_b \rightarrow A_b = \frac{V}{h} = \frac{1600}{314} = 5,10$$

Resposta: 5,10 m

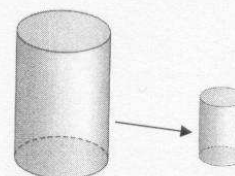
- d) En el poble del costat hi ha un dipòsit també de forma cilíndrica i de dimensions proporcionals a l'anterior, però amb les mides reduïdes a la meitat.

Quina capacitat té el dipòsit del poble del costat?

$$r = 5 \text{ m}$$

$$h = 5,1 \div 2 = 2,55$$

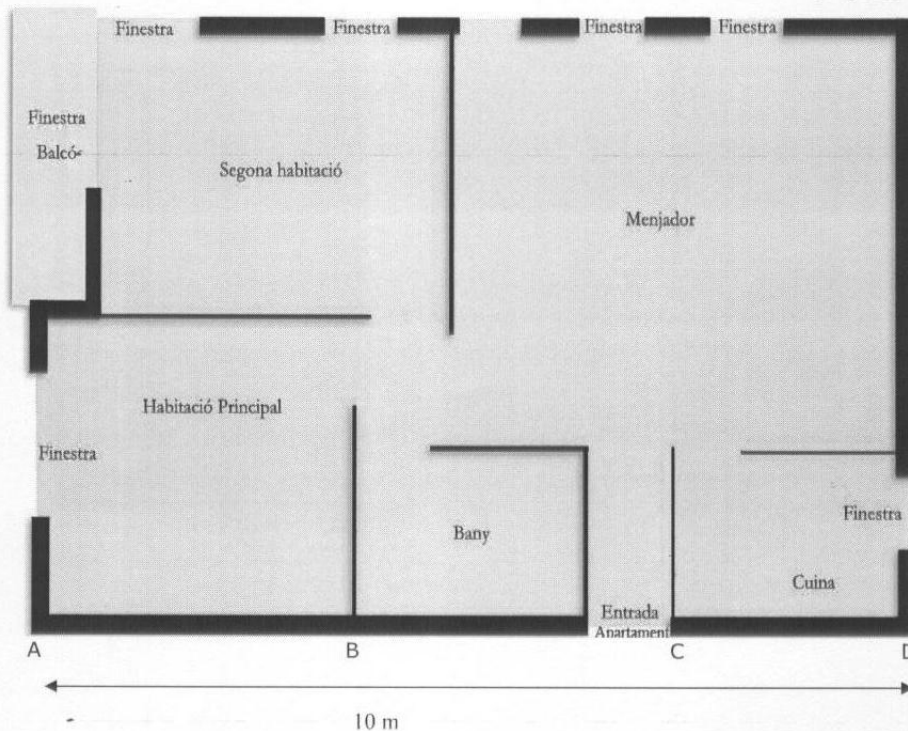
$$V = h \cdot \pi \cdot r^2 = 2,55 \cdot 3,14 \cdot 5^2 = 200,175$$



Resposta: 200,175

6. L'estructura del pis

Tens el plànol següent d'un pis de 70m^2 ($10\text{m} \times 7\text{m}$).



- a) Escriu la mesura aproximada de la paret de l'habitació principal (A-B).

Resposta: 4 m aprox.

- b) Escriu la mesura aproximada de la paret de la cuina (C-D).

Resposta: 2.5 m aprox.

- c) Escriu la superfície aproximada del menjador i de la cuina.

$$5 \times 5 = 25 \text{ m}^2$$

$$2,5 \times 2 = 5 \text{ m}^2$$

Resposta: 25 m^2 , 5 m^2

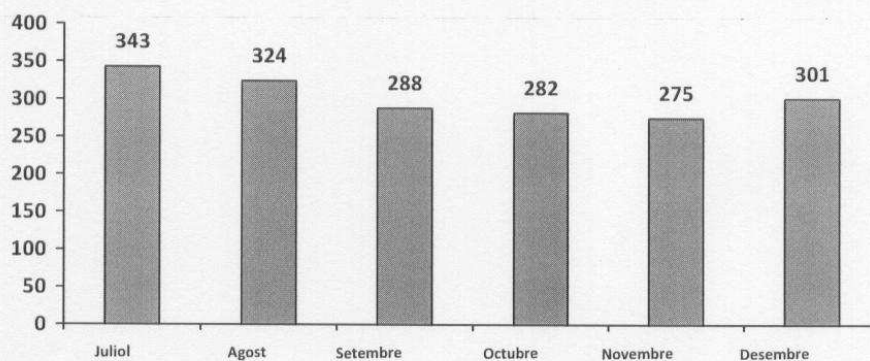
- d) A quina escala està fet el plànol?

$$\begin{aligned} 10 \text{ m} &= 1000 \text{ cm} \\ 1000 \text{ cm} &- 14 \text{ cm} \\ 71.43 \text{ cm} &- 1 \text{ cm} \end{aligned}$$

Resposta: 1:71,43

Estadística i atzar**1. Vendes de cotxes**

En un conegut diari apareixia la notícia en la qual es comentava l'evolució de la venda de cotxes en una ciutat durant el segon semestre de l'any passat. La notícia venia il·lustrada amb el gràfic següent:



a) En quin mes les vendes han estat més elevades?

Resposta: Juliol

b) Quin percentatge del nombre de vendes respecte del segon semestre representen els mesos de juliol i agost junts?

$$J + A = 667$$

$$T: 1813$$

$$\frac{667}{1813} \times 100 = 36.79\%$$

Resposta: 36.79 %

c) Si el mes de juliol de l'any passat hi va haver un 10% més de vendes que el mes de juliol de fa dos anys, quants cotxes es van vendre el mes de juliol de fa dos anys?

$$J_2 = J_1 \cdot 1.1 \quad J_1 = \frac{J_2}{1.1} = \frac{343}{1.1} = 311.81$$

Resposta: 312 aprox.

2. Jocs d'atzar

En el sorteig de loteria de Nadal, la terminació 5 del premi major ("la grossa") ha sortit més vegades que qualsevol altra terminació.

- a) És cert que la moda de les terminacions és 5? Explica-ho.

Sí. La moda és el valor que més ha sortit.

- b) Raona aquesta afirmació: És més probable que surti un número acabat en 5 que un altre número acabat en 8.

No. Els resultats previs no condicionen els resultats futurs

- c) Raona aquesta afirmació: El número 12345 té una probabilitat més baixa de sortir premiat que els altres números.

No. Per la mateixa raó.

3. Edats

Les edats d'un grup de sis amics són: 16, 13, 14, 17, 14, 16 anys i la mitjana d'edats és de 15 anys.

- a) Fes les operacions que et permet calcular la mitjana del grup

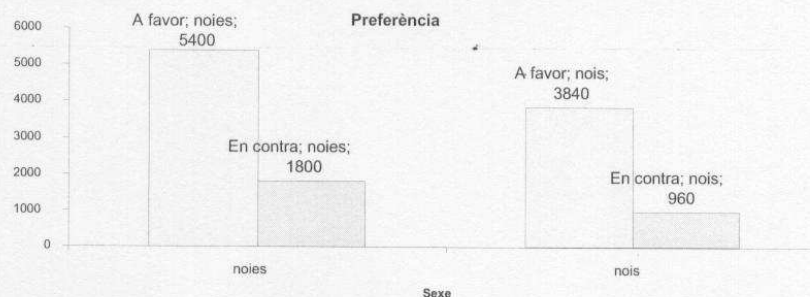
$$M = \frac{16 + 13 + 14 + 17 + 14 + 16}{6} = 15$$

- b) Un dels amics del grup afirma que la mitjana **no** pot ser 15 anys perquè cap persona del grup té 15 anys. Raona perquè no és certa l'afirmació.

La mitjana és un valor central. No és necessari que hi hagi algun valor a la mostra.

4. Preferències

S'ha fet una enquesta sobre l'acceptació d'un determinat producte d'alimentació. Les respostes eren *A favor* o *En contra*. Es vol saber si hi ha diferències d'acceptació del producte segons el sexe de les persones enquestades. Les respostes s'han posat en el gràfic de barres següent:



a) Quin és el percentatge de noies que ha respost?

$$\text{Noies} : 5400 + 1800 = 7200$$

$$\text{Total} : 12000$$

$$\frac{7200}{12000} \times 100 = 60\%$$

Resposta: 60%

b) Omple els forats de la taula següent a partir de les dades del gràfic.

	A favor	En contra	Total
Noies	5400	1800	7200
Nois	3840	960	4800
Total	9240	2760	12.000